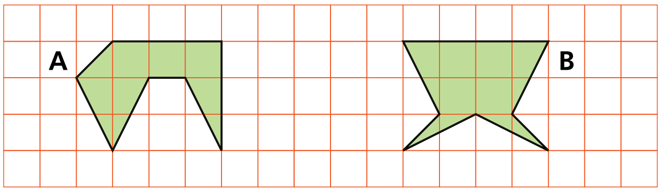
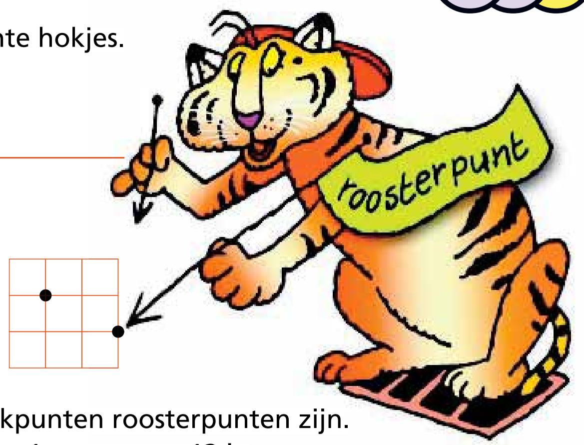
Roosterveelhoeken (1)

Hieronder zie je twee figuren (A en B) in een rooster van vierkante hokjes.
Welke van die twee figuren heeft de grootste oppervlakte?

Oppervlakte van B is groter (A = 6½ hokje, B = 7 hokjes).





Figuren als A en B noemen we roosterveelhoeken omdat de hoekpunten roosterpunten zijn.
Bereken hoeveel hokjes de oppervlakte van de roosterveelhoeken 1 tot en met 12 is.

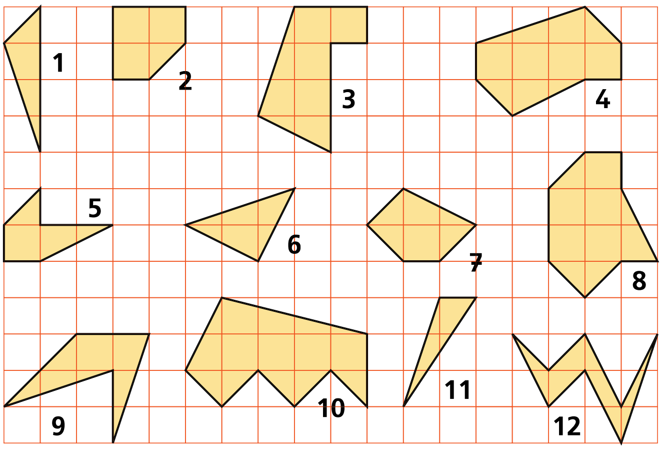
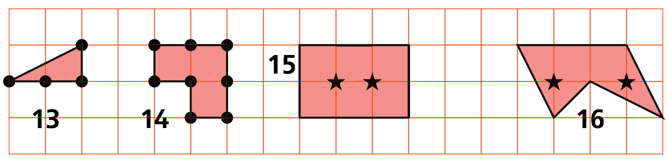


fig.	opp.	fig.	opp.
1	2	7	$3\frac{1}{2}$
2	$3\frac{1}{2}$	8	$7\frac{1}{2}$
3	$6\frac{1}{2}$	9	4
4	$7\frac{1}{2}$	10	$9\frac{1}{2}$
5	$2\frac{1}{2}$	11	$1\frac{1}{2}$
6	$2\frac{1}{2}$	12	3

Veelhoeken zoals deze maak je door lijntjes te trekken van een roosterpunt naar een volgend roosterpunt.
Je kunt dan tellen hoeveel roosterpunten op de rand van de figuur liggen.
Roosterpunten die op de rand van de figuur liggen, noem je *randpunten*.
Figuur 13 heeft 4 randpunten (●). Figuur 14 heeft 8 randpunten.
In figuur 15 en 16 zie je dat er 2 roosterpunten binnen de figuur liggen. Dit noem je binnenpunten (★).



● randpunt
★ binnenpunt

Hoeveel randpunten hebben de figuren 15 en 16? 10 (figuur 15) en 7 (figuur 16).

Een rechthoekige roosterveelhoek is 12 hokjes breed en 20 hokjes lang. De hoekpunten zijn roosterpunten.
Hoeveel roosterpunten liggen er op de rand van de rechthoek?

64 (= 12 + 20 + 12 + 20) randpunten

En hoeveel roosterpunten liggen er binnen de rechthoek?

209 (= 11 × 19) binnenpunten

Roosterveelhoeken (2)

Ga voor de figuren 1 tot en met 16 van blad 19 na hoeveel randpunten en hoeveel binnenpunten ze hebben. Zoek die beide getallen op in de tabel hieronder. Schrijf in het vakje waar je dan uitkomt, de oppervlakte van dat figuur. Die oppervlakte van de figuren 1 tot en met 12 heb je op blad 19 al berekend. Bereken nu ook de oppervlakte van de figuren 13 tot en met 16.
Voorbeeld: figuur 2 heeft een oppervlakte van $3\frac{1}{2}$ hokje. De figuur heeft 7 randpunten en 1 binnenpunt.
In dat vak noteer je dus $3\frac{1}{2}$.

aantal randpunten

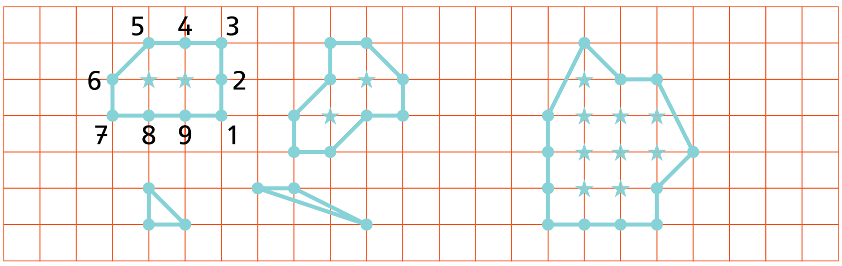
aantal binnenpunten	3	4	5	6	7	8	9	10
0		1		2	$2\frac{1}{2}$	3		
1	$1\frac{1}{2}$				$3\frac{1}{2}$	4		
2	$2\frac{1}{2}$		$3\frac{1}{2}$		$4\frac{1}{2}$			6
3							$6\frac{1}{2}$	
4							$7\frac{1}{2}$	
5					$7\frac{1}{2}$			
6							$9\frac{1}{2}$	
7								
8								

Het aantal binnenpunten begint met 0, het aantal randpunten met 3. Waarom is dat?

Iedere roosterveelhoek heeft minstens 3 randpunten; het aantal binnenpunten kan best 0 zijn.

Zie je regelmaat in de getallen in de tabel? Wat zal de oppervlakte zijn van een figuur met 9 randpunten en 2 binnenpunten? $5\frac{1}{2}$
Teken zo'n figuur in het rooster hieronder en kijk of je antwoord klopt.

Wat zal de oppervlakte zijn van een figuur met 3 randpunten en 0 binnenpunten? $\frac{1}{2}$
En wat van een figuur met 12 randpunten en 9 binnenpunten? 14
Teken ook twee van zulke figuren in het rooster. Kijk weer of je antwoord klopt.



In de tabel zie je dat de oppervlakte altijd groter is dan het aantal binnenpunten. Hoeveel groter hangt af van het aantal randpunten. Hoe zit dat precies?

Bij 3 randpunten is de oppervlakte $\frac{1}{2}$ groter dan het aantal binnenpunten, bij 4 randpunten 1 groter, bij 5 randpunten $1\frac{1}{2}$ groter enzovoort. Voor elk randpunt dat er bij komt neemt het verschil met $\frac{1}{2}$ toe.

Bedenk een regel waarmee je de oppervlakte van een roosterveelhoek kunt uitrekenen als je het aantal binnenpunten en het aantal randpunten weet.

Neem het aantal binnenpunten en trek daar 1 vanaf; neem het aantal randpunten en deel dat door 2; tel de twee uitkomsten bij elkaar op.
Of: oppervlakte = (aantal binnenpunten – 1) + (aantal randpunten : 2)